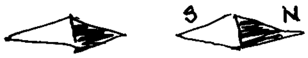
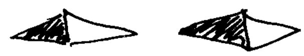
TESTE 1 (8) - GABARITO 14/AG./2007

1) Só há duas posições estáveis possíveis, já que ambas agulhas estão livres nos eixos, ou seja, ~~são~~:



Situação 1

ou



Situação 2

, que são também as duas posições de equilíbrio estáveis, pois mesmo com um leve desvio da posição inicial as agulhas retornarão às posições originais.

Supondo uma situação 3: (EQ. INSTÁVEL)

→ Não perdurará!! Como as agulhas estão livres, elas, por interação magnética, assumirão uma das posições descritas nas situações 1 e 2.

OBS.: Será diferente se uma das agulhas puder ser fixada numa certa posição. Por exemplo, caso a agulha A seja fixa na posição 2, como indicado, a situação de equilíbrio estável será:

2) Inicialmente temos:

$$\int d\vec{B}(\vec{r})=\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \vec{J}(\vec{r}\,')\times\frac{(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}\,dv'$$

Realizando a substituição: $\frac{(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}=-\vec{\nabla}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)$

teremos:

$$\vec{B}(\vec{r})=-\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \vec{J}(\vec{r}\,')\times\vec{\nabla}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)dv' \qquad (1)$$

Utilizando a Ajuda:

$$\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)=\left[\vec{\nabla}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)\right]\times\vec{J}(\vec{r}\,')+\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)\vec{\nabla}\times\vec{J}(\vec{r}\,')$$

Nulo, porque $\vec{\nabla}$ opera em $\vec{r}$ e $\vec{J}(\vec{r}\,')$ é função de $\vec{r}\,'$.

Logo:

$$\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)=\left[\vec{\nabla}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)\right]\times\vec{J}(\vec{r}\,') \qquad (2)$$

Comparando (2) com o integrando de (1), verifica-se uma igualdade se trocarmos a ordem do produto vetorial, ou seja:

$$\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)=-\vec{J}(\vec{r}\,')\times\left[\vec{\nabla}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)\right]$$

Assim, teremos:

$$\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)dv'$$

Supondo que a nossa função $\vec{J}(\vec{r}\,')/|\vec{r}-\vec{r}\,'|$ é bem comportada, podemos alterar a aplicação dos operadores diferencial e integral, isto é:

$$\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\vec{\nabla}\times\left[\int_V\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\,dv'\right] \text{ ou}$$

$$\vec{B}(\vec{r})=\vec{\nabla}\times\left[\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\,dv'\right]$$

De tal forma, como $\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}$, que:

$$\boxed{\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\,dv'}$$