



Área de Ciências Naturais e Tecnológicas - Curso de Física Médica  
**FSC121-Eletromagnetismo II**  
 Turma 6514 - 2º semestre de 2007 (09/outubro)  
 Professor: Gilberto Orenge - orenge@unifra.br (http://www.orengonline.com)

NOME DO ALUNO: **ORENGO** NOTA: **GABARITO**

**TESTE 5(8)**  
 Valor: 10,0 - Peso: 1.0

1) (Valor: 3,5)[100%] A indutância mútua devido a dois enrolamentos toroidais, um no interior do outro com mesmo eixo de simetria, é dado por:

$$M_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{\ell}$$

em que  $N_1$  é o número de espiras do enrolamento 1,  $N_2$  é o número de espiras do enrolamento 2,  $\ell$  é o comprimento da circunferência (perímetro) do eixo dos enrolamentos,  $A$  é a área da secção reta dos toróides. Sendo

$$L_i = \frac{\mu_0 N_i^2 A}{\ell}$$

a expressão de cálculo de auto-indutância para enrolamentos toroidais, com  $i$  representando cada toróide, mostre que podemos obter a relação entre  $M_{12}$  e  $L_1$  e  $L_2$ .

$$M_{12} = \sqrt{L_1 L_2}$$

2) (Valor: 3,5)[100%] Mostre que a segunda lei de Maxwell (Lei da Faraday), inicialmente para sistemas magnético estacionários (magnetostática)

$$\nabla \times \vec{E} = 0,$$

é agora para sistemas magnéticos dinâmicos dado por:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

3) (Valor: 3,0)[100%] Explique o sinal negativo da expressão

$$\epsilon = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

em que  $\epsilon$  é a força eletromotriz induzida e  $\phi_m$  é o fluxo magnético.

(E a "postura acadêmica"? Refletiste a respeito!!!?)

2) A força eletromotriz num circuito fechado é:

$$\epsilon = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{e} \quad (\text{tanto p/ sist. estacionários como dinâmicos})$$

MAS, em sistemas que  $I = I(t)$ , temos:

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad \text{em que:}$$

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} da \quad \text{é o fluxo magnético}$$

UMA MANEIRA DE RESOLVER:

SEJA:

$$L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 A}{\ell}$$

$$L_2 = \frac{\mu_0 N_2^2 A}{\ell}$$

FAZENDO:

$$L_1 \cdot L_2 =$$

$$\left[ \frac{\mu_0 N_1^2 A}{\ell} \right] \left[ \frac{\mu_0 N_2^2 A}{\ell} \right] =$$

$$\frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 A^2}{\ell^2}$$

OBSERVANDO

$$M_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{\ell}$$

CONCLUI-SE QUE:

$$L_1 L_2 = \frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 A^2}{\ell^2} = M_{12}^2$$

$$\boxed{M_{12} = \sqrt{L_1 L_2}}$$

Se  $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}, t)$ , então:

$$\epsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} da = -\int_S \left[ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] \cdot \hat{n} da$$

Assim teremos:

$$\epsilon = \oint_a \vec{E} \cdot d\vec{e} = \int_S [\nabla \times \vec{E}] \cdot \hat{n} da = -\int_S \left[ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] \cdot \hat{n} da$$

aplicando o teorema Stokes

a qual fornece:

$$\boxed{\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

3) O sinal indica que a variação do fluxo magnético gera "algo", neste caso uma FEM induzida que tentará gerar "algo" que se opõe a causa que a criou.