FÍSICA MÉDICA

Área de Ciências Naturais e Tecnológicas – Curso de Física Médica

FSC121–Eletromagnetismo II

Turma 3839 – 2° semestre de 2006 (12/dezembro)

Professor: Gilberto Orengo – orengo@unifra.br (http://www.orengonline.com)

NOME DO ALUNO: NOTA:

EXAME FINAL

Valor: 10,0 – Peso: 1.0

1) (Valor: 2,0)[100%] Demonstre que $\vec{\mathbf{B}}$ satisfaz a equação vetorial de Laplace:

$$\nabla^2\vec{\mathbf{B}} = 0\,, \tag{1}$$

em um meio homogêneo, isotrópico, não magnético, de condutividade g, em que existem correntes estacionárias. Mostre e explique todos os passos. (*DICA: inicie com a Eq. (2) e utilize a identidade:* $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times = \vec{\nabla}\vec{\nabla}\cdot -\nabla^2$)

2) (Valor: 2,0)(**a**)[60%] Prove matematicamente que a Equação de Ampère, para o vácuo, é:

$$\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{B}} = \mu_0\vec{\mathbf{J}}\,, \tag{2}$$

e (**b**)[10%] escreva a Equação de Ampère (equação acima) para meios materiais. (**c**)[30%] Finalmente, indique a correção feita por Maxwell nessa equação. Explique fisicamente e mostre (matematicamente) o motivo da correção.

3) (Valor: 1,0)[100%] Escreva as Equações de Maxwell, na forma diferencial, para meios materiais e as suas equações constitutivas referentes ao deslocamento elétrico ($\vec{\mathbf{D}}$), intensidade magnética ($\vec{\mathbf{H}}$) e Lei de Ohm. Dê o significado físico de cada equação anterior.

4) (Valor: 2,0)[100%] Desenhe as linhas de campo magnético em torno da configuração de correntes (abaixo, na Figura 1), i_1 e i_2, respectivamente, entrando e saindo perpendicularmente da folha, e com $i_1 = 2\,i_2$.

Figura 1 – Dois fios percorridos por correntes i_1 e i_2, respectivamente, entrando e saindo perpendicularmente da folha.

5) (Valor: 1,0)[100%] O vetor de Poynting, $\vec{\mathbf{S}} = \dfrac{\vec{\mathbf{E}}\times\vec{\mathbf{B}}}{\mu_0}$, de uma onda eletromagnética se propagando no vácuo é dado por:

$$\vec{\mathbf{S}} = \frac{10^2}{\mu_0 c}\cos^2\left[10x - (3.10^9)t\right]\,\hat{\mathbf{i}}$$

em unidades do SI, e seu campo elétrico oscila na direção do eixo y. O comprimento de onda λ, em metros, o módulo do campo elétrico, $\vec{\mathbf{E}}_0$, em volt por metro, e a direção de oscilação do campo magnético, $\vec{\mathbf{B}}$, são, respectivamente, (*Lembrete:* $\omega\tau = 2\pi$ *e* $\kappa\lambda = 2\pi$)

(A) $0{,}2\pi$; 10; $\hat{\mathbf{k}}$ (B) 10; $10/\mu_0$; $\hat{\mathbf{j}}$ (C) $0{,}2\pi$; 10; $\hat{\mathbf{i}}$ (D) 10; 10c; $\hat{\mathbf{j}}$ (E) $0{,}2\pi$; $10\sqrt{\mu_0 c}$; $\hat{\mathbf{k}}$

6) (Valor: 2,0) Numa onda plana monocromática, o campo elétrico é dado por

$$\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{r},t) = \vec{\mathbf{E}}_0 \left[\mathrm{e}^{i(\omega t - \boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{r})} + \mathrm{e}^{i(\omega t + \boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{r})} \right] ,$$

em que $\vec{\mathbf{E}}_0$ é um vetor real, uniforme e constante. Usando $\boldsymbol{\kappa} = \kappa\hat{\mathbf{k}}$,

(**a**)[50%] mostre que o vetor campo magnético associado à onda é dado por

$$\vec{\mathbf{B}}(\mathbf{r},t) = n\sqrt{\epsilon\mu}\,\hat{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{E}}_0 \left[\mathrm{e}^{i(\omega t - \boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{r})} + \mathrm{e}^{i(\omega t + \boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{r})} \right] .$$

(**b**)[30%] Mostre que o vetor de Poynting é

$$\vec{\mathbf{S}}(\mathbf{r},t) = \sqrt{\epsilon/\mu}\,E_0^2 \sin(2\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{r})\sin(2\omega t)\hat{\mathbf{k}} \,,$$

(**c**)[30%] e encontre o valor médio do vetor de Poynting $\langle\vec{\mathbf{S}}\rangle$, utilizando a expressão

$$\langle\vec{\mathbf{S}}\rangle \equiv \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}}^*) \,,$$

em que $\vec{\mathbf{H}}^*$ é o conjugado complexo de $\vec{\mathbf{H}}$. Discuta fisicamente o resultado.