FÍSICA MÉDICA

Área de Ciências Naturais e Tecnológicas – Curso de Física Médica

FSC121–Eletromagnetismo II

Turma 10 – 2° semestre de 2005 (08/novembro)

Professor: Gilberto Orengo – orengo@unifra.br

NOME DO ALUNO:	NOTA:

PROVA 1(2) - ATRASADA

Valor: 10,0 – Peso: 1.0

1) (Valor: 2,0) Sejam as equações de Maxwell,

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} &= 0\,, & \nabla \cdot \vec{\mathbf{D}} &= \rho\,, \\ \nabla \times \vec{\mathbf{E}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} &= 0\,, & \nabla \times \vec{\mathbf{H}} - \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} &= \vec{\mathbf{J}}\,. \end{aligned} \tag{1}$$

(**a**)[60%] Encontre a forma integral das equações (1) acima. (**b**)[40%] Mostre que

$$\nabla \cdot (\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}}) = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{D}} + \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{H}}) - \vec{\mathbf{J}} \cdot \vec{\mathbf{E}}$$

Mostre todos os passos em ambos os itens.

2) (Valor: 2,0)[100%] Provar matematicamente que $\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$, sendo o campo magnético dado por

$$\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\vec{\mathbf{J}}(\vec{\mathbf{r}}\,') \times (\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}\,')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}\,'|^3} dV'\,,$$

em que $\vec{\mathbf{J}}(\vec{\mathbf{r}}\,')$ é a densidade de corrente.

3) (Valor: 2,0)[100%] Prove que não existe monopolo magnético, utilizando

$$\rho_M(\vec{\mathbf{r}}\,') \equiv -\nabla' \cdot \mathbf{M}(\vec{\mathbf{r}}\,') \qquad \text{e} \qquad \sigma_M(\vec{\mathbf{r}}\,') \equiv \mathbf{M}(\vec{\mathbf{r}}\,') \cdot \hat{\mathbf{n}}\,,$$

que são, respectivamente, densidade volumétrica do pólo magnético e densidade superficial da intensidade do pólo magnético, em que $\mathbf{M}(\vec{\mathbf{r}}\,')$ é a magnetização.

4) (Valor: 2,0)[100%] Mostre que a equação da continuidade,

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{J}} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0\,,$$

deve ser satisfeita pelas equações de Maxwell.

5) (Valor: 2,0)[100%] Mostre que o fluxo magnético pode ser escrito da seguinte forma:

$$\Phi_{\vec{\mathbf{B}}} = \oint_C \vec{\mathbf{A}} \cdot d\vec{\ell},$$

em que $\Phi_{\vec{\mathbf{B}}}$ é o fluxo magnético através da superfície aberta S definida pelo contorno C, e $\vec{\mathbf{A}}$ é o vetor potencial magnético.

FORMULÁRIO

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = (\boldsymbol{\nabla}\times\vec{A})\cdot\vec{B} - \vec{A}\cdot(\boldsymbol{\nabla}\times\vec{B})$$

$$\boldsymbol{\nabla}\left[\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right] = -\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\phi = 0 \qquad \boldsymbol{\nabla} = -\boldsymbol{\nabla}'$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} = 4\pi\delta(\vec{r}-\vec{r}')$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\vec{A}\times\vec{B}) = (\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{B})\vec{A} - (\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{A})\vec{B} + (\vec{B}\cdot\boldsymbol{\nabla})\vec{A} - (\vec{A}\cdot\boldsymbol{\nabla})\vec{B}$$

$$\int_V (\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{C} + \vec{C}\cdot\boldsymbol{\nabla})\vec{B}dV = \oint_S \vec{B}(\vec{C}\cdot\hat{n})dA$$

$$i = \int_S \vec{J}\cdot\hat{n}\,dA$$

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_S (\boldsymbol{\nabla}\times\vec{F})\cdot\hat{n}\,dA \text{ (Stokes)}$$

$$\oint_S \vec{F}\cdot\hat{n}\,dA = \int_V \boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{F}\,dV \text{ (Divergência)}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\phi\vec{A}) = (\boldsymbol{\nabla}\phi)\times\vec{A} + \phi(\boldsymbol{\nabla}\times\vec{A})$$

$$\int_V \boldsymbol{\nabla}\times\vec{\mathbf{F}}\,dV = \oint_S \hat{\mathbf{n}}\times\vec{\mathbf{F}}\,dA$$