FÍSICA MÉDICA

Área de Ciências Naturais e Tecnológicas – Curso de Física Médica

FSC121–Eletromagnetismo II

Turma 10 – 2° semestre de 2005 (06/outubro)

Professor: Gilberto Orengo – orengo@unifra.br

NOME DO ALUNO:	NOTA:

PROVA 1(2)

Valor: 10,0 – Peso: 1.0

1) (Valor: 2,0)(**a**)[40%] Sejam as equações de Maxwell,

$$\nabla\cdot\vec{\mathbf{B}}=0\,,\qquad\qquad \nabla\cdot\vec{\mathbf{D}}=\rho\,, \tag{1}$$
$$\nabla\times\vec{\mathbf{E}}+\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t}=0\,,\qquad\qquad \nabla\times\vec{\mathbf{H}}-\frac{\partial\vec{\mathbf{D}}}{\partial t}=\vec{\mathbf{J}}\,.$$

Por que as equações de Maxwell não são completamente simétricas? (**b**)[60%] Encontre a forma integral das equações (1) acima. *Mostre todos os passos em ambos os itens.*

2) (Valor: 2,0)[100%] Considere que

$$\vec{\mathbf{J}}(\vec{\mathbf{r}}\,')=\rho(\vec{\mathbf{r}}\,'-\vec{\mathbf{r}})\vec{\mathbf{v}}=q\delta(\vec{\mathbf{r}}\,'-\vec{\mathbf{r}})\vec{\mathbf{v}}\,.$$

Usando

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V_0}\frac{\vec{\mathbf{J}}(\mathbf{r}')}{|\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}\,'|}dV\,'\,,$$

mostre que

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}})=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q}{r}\vec{\mathbf{v}}\,,$$

em que foi escolhido por simplicidade a origem na posição instantânea da carga. Esta equação mostra que o potencial vetor de uma partícula carregada em movimento é proporcional ao potencial elétrico da carga.

3) (Valor: 2,0)[100%] Mostre que

$$\int_S\left(\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t}\right)\cdot d\mathbf{s}=\oint_C\left(\frac{\partial\vec{\mathbf{A}}}{\partial t}\right)\cdot d\mathbf{l}\,.$$

4) (Valor: 2,0)[100%] Mostre que o potencial vetorial, para um material magnético num circuito distante,

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V_0}\frac{\vec{\mathbf{M}}(\vec{\mathbf{r}}\,')\times(\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}\,')}{|\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}\,'|^3}dV'\,, \tag{2}$$

sob algumas transformações é dado por

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V_0}\frac{\vec{\mathbf{J}}_M}{|\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}\,'|}dV\,'+\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{S_0}\frac{\vec{\mathbf{j}}_M}{|\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}\,'|}dA' \tag{3}$$

em que $\vec{\mathbf{J}}_M=\nabla'\times\vec{\mathbf{M}}$ é a densidade de corrente de magnetização e $\vec{\mathbf{j}}_M=\vec{\mathbf{M}}\times\hat{\mathbf{n}}$ é a densidade de corrente de magnetização por unidade de comprimento que flui na camada superficial. ***Mostre e explique todos os passos***.

5) (Valor: 2,0)[100%] O circuito de uma espira retangular de largura l e comprimento x_1 é completado por contatos que deslizam sobre uma tira condutora fina, como sugere a figura 1. A espira é estacionária, mas a tira corre longitudinalmente com uma velocidade uniforme $\mathbf{v}$. O campo magnético $\mathbf{B}$ é normal à tira e ao plano da espira e, varia harmonicamente com o tempo, dado por

$$B=B_0\cos(\omega t)\,.$$

A largura da tira é l, igual à da espira, embora esta, para maior clareza, seja mostrada com uma largura ligeiramente maior na figura 1. Achar a FEM total induzida na espira.

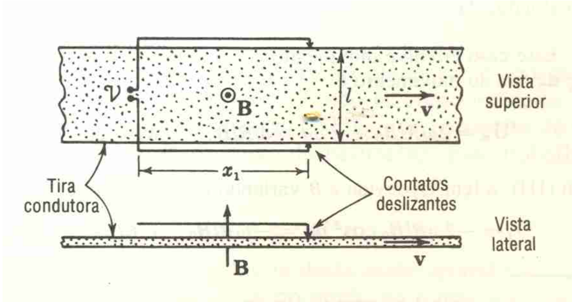

Figura 1 – Espira fixa com tira deslizante para aumentar a área da espira (*Obs.: na figura* $\nu \equiv \mathcal{E}$).

FORMULÁRIO

$$\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{B} - \vec{A} \cdot (\nabla \times \vec{B})$$

$$\nabla \left[\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right] = -\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\nabla \times \nabla \phi = 0 \qquad \nabla = -\nabla'$$

$$\nabla \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = 4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\nabla \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\nabla \cdot \vec{B})\vec{A} - (\nabla \cdot \vec{A})\vec{B} + (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{A} - (\vec{A} \cdot \nabla)\vec{B}$$

$$\int_V (\nabla \cdot \vec{C} + \vec{C} \cdot \nabla)\vec{B} dV = \oint_S \vec{B}(\vec{C} \cdot \hat{n}) dA$$

$$i = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, dA$$

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot \hat{n}\, dA \text{ (Stokes)}$$

$$\oint_S \vec{F} \cdot \hat{n}\, dA = \int_V \nabla \cdot \vec{F}\, dV \text{ (Divergência)}$$

$$\nabla \times (\phi \vec{A}) = (\nabla \phi) \times \vec{A} + \phi(\nabla \times \vec{A})$$

$$\int_V \nabla \times \vec{\mathbf{F}}\, dV = \oint_S \hat{\mathbf{n}} \times \vec{\mathbf{F}}\, dA$$