FÍSICA MÉDICA

Área de Ciências Naturais e Tecnológicas – Curso de Física Médica

FSC121–Eletromagnetismo II

Turma 10 – 2° semestre de 2005 (01/dezembro)

Professor: Gilberto Orengo – orengo@unifra.br

NOME DO ALUNO: NOTA:

PROVA 2(2)

Valor: 10,0 – Peso: 1.0 (A)

Todas as questões devem ser justificadas, mediante uma resposta completa, inclusive as de escolha múltipla. Por resposta completa entenda-se, ou por uma dissertação ou dedução matemática e/ou física.

1) (Valor: 1,0)[100%] Considere a equação de Maxwell: $\mathbf{\nabla} \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$. O segundo termo, à direita, chamado de corrente de deslocamento, é reconhecido por muitos autores como a maior contribuição de Maxwell à teoria eletromagnética. O significado físico desse segundo termo é

   (A) mostrar que um campo elétrico sempre gera um campo magnético.

   (B) apresentar uma interpretação física da distância percorrida pela corrente.

   (C) garantir a conservação de carga por meio da equação da continuidade.

   (D) provar a existência de corrente elétrica fora de condutores.

   (E) mostrar que as derivadas temporais dos campos são essenciais para se obter a equação de onda.

2) (Valor: 1,0)[100%] Por um fio no espaço vazio passa uma corrente senoidal $i = i_0 \sin(\omega t)$ de frequência angular ω conhecida. Essa corrente gera campos eletromagnéticos dependentes do tempo e, sobre tais campos, pode-se dizer que

   (A) o campo elétrico é zero, pois não há cargas elétricas, e o campo magnético tem módulo $B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$.

   (B) o campo magnético é zero pois há indução com o campo elétrico cujo valor é $\mathbf{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} i\hat{\mathbf{r}}$, em que $\hat{\mathbf{r}}$ é o versor na direção radial.

   (C) os campos são diferentes de zero, paralelos, e os comprimentos das ondas elétrica e magnética são perpendiculares.

   (D) os campos são diferentes de zero, têm a mesma frequência e podem ser obtidos resolvendo-se as equações de Maxwell.

   (E) os campos têm frequências iguais, mas as ondas elétrica e magnética têm frequências diferentes.

3) (Valor: 1,0)[100%] O vetor de Poynting, $\mathbf{S} = \dfrac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mu_0}$, de uma onda eletromagnética se propagando no vácuo é dado por:

$$\mathbf{S} = \frac{10^2}{\mu_0 c} \cos^2\left[10x - (3.10^9)t\right] \hat{\mathbf{i}}$$

em unidades do SI, e seu campo elétrico oscila na direção do eixo y. O comprimento de onda λ, em metros, o módulo do campo elétrico, $\mathbf{E_0}$, em volt por metro, e a direção de oscilação do campo magnético, $\mathbf{B}$, são, respectivamente, (*Lembrete:* $\omega\tau = 2\pi$ *e* $\kappa\lambda = 2\pi$)

   (A) 0,2π; 10; $\hat{\mathbf{k}}$ (B) 10; 10/μ_0; $\hat{\mathbf{j}}$ (C) 0,2π; 10; $\hat{\mathbf{i}}$ (D) 10; 10c; $\hat{\mathbf{j}}$ (E) 0,2π; 10$\sqrt{\mu_0 c}$; $\hat{\mathbf{k}}$

4) (Valor: 2,0) (**a**)[40%] Escreva as equações de Maxwell, para $\mathbf{E}$ e $\mathbf{H}$. (**b**)[60%] Deduza uma equação de onda para $\mathbf{E}$, na ausência de de fontes e demonstre que c $= \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$ é a velocidade de propagação da mesma.

5) (Valor: 3,0)(**a**)[60%] Mostre que as equações de Maxwell, num meio que não há carga prescrita ou distribuições de corrente e a condutividade é nula, tornam-se ondas planas:

$$\boldsymbol{\kappa} \cdot \hat{\mathbf{D}} = 0\,, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\kappa} \cdot \hat{\mathbf{B}} = 0\,, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\kappa} \times \hat{\mathbf{E}} = \omega \hat{\mathbf{B}}\,, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\kappa} \times \hat{\mathbf{H}} = -\omega \hat{\mathbf{D}}\,, \tag{4}$$

explicitando a troca dos operadores derivada espacial ($\boldsymbol{\nabla}$) e temporal($\dfrac{\partial}{\partial t}$), e a suposição feita para obtê-las. (**b**)[20%] A partir das equações acima, e com as devidas alterações, mostre que uma onda eletromagnética por elas representadas são denominadas de *transversais* e que (**c**)[20%] $\hat{\mathbf{E}}$, $\hat{\mathbf{B}}$ e $\boldsymbol{\kappa}$ formam um conjunto ortogonal dextrogiro.

6) (Valor: 2,0) Numa onda plana monocromática, o campo elétrico é dado por

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E_0}\left[\mathrm{e}^{i(\omega t - \boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{r})} + \mathrm{e}^{i(\omega t + \boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{r})}\right]\,,$$

em que $\mathbf{E_0}$ é um vetor real, uniforme e constante. Usando $\boldsymbol{\kappa} = \kappa\hat{\mathbf{k}}$,

(**a**)[50%] mostre que o vetor campo magnético associado à onda é dado por

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = n\sqrt{\epsilon\mu}\,\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E_0}\left[\mathrm{e}^{i(\omega t - \boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{r})} + \mathrm{e}^{i(\omega t + \boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{r})}\right]\,.$$

(**b**)[30%] mostre que o vetor de Poynting é

$$\mathbf{S}(\mathbf{r},t) = \sqrt{\epsilon/\mu}\,E_0^2 \sin(2\boldsymbol{\kappa}\cdot\mathbf{r})\sin(2\omega t)\hat{\mathbf{k}}\,.$$

(**c**)[30%] e encontre o valor médio do vetor de Poynting $\langle\mathbf{S}\rangle$, utilizando a expressão

$$\langle\mathbf{S}\rangle \equiv \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)\,,$$

em que $\mathbf{H}^*$ é o conjugado complexo de $\mathbf{H}$. Discuta fisicamente o resultado.