FÍSICA MÉDICA

Área de Ciências Naturais e Tecnológicas – Curso de Física Médica

FSC121–Eletromagnetismo II

Turma 3839 – 2° semestre de 2006 (17/outubro)

Professor: Gilberto Orengo – orengo@unifra.br (http://www.orengonline.com)

NOME DO ALUNO: NOTA:

PROVA 1(2)

Valor: 10,0 – Peso: 1.0

1) (Valor: 2,5)(**a**)[40%] Escreva as Equações de Maxwell para o vácuo, ou conhecidas como *Equações microscópicas de Maxwell*, e faça uma descrição física de cada uma das equações. (**b**)[40%] Escreva as Equações de Maxwell para meios materiais (dielétricos e magnéticos), ou conhecidas como *Equações macroscópicas de Maxwell*. Apresente também as equações constitutivas referentes ao deslocamento elétrico($\vec{\mathbf{D}}$), intensidade magnética ($\vec{\mathbf{H}}$) e Lei de Ohm. (**c**)[20%] Encontre a forma integral da equação de Maxwell que envolve o rotacional do campo elétrico ($\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}}$). *Mostre todos os passos no último item.*

2) (Valor: 2,5)[100%] Utilize a expressão da Lei de Biot-Savart

$$d\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{\ell} \times (\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}\,')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}\,'|^3}\,, \qquad (1)$$

e encontre

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V_0} \frac{\vec{\mathbf{J}}(\mathbf{r}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}\,'|} dV\,'\,. \qquad (2)$$

3) (Valor: 2,5)[100%] Esquematize, em diagramas separados e com justificativas qualitativas, as linhas de campo magnético ($\vec{\mathbf{B}}$) e as linhas de intensidade magnética ($\vec{\mathbf{H}}$) dentro e fora de uma barra magnetizada uniformemente. (*Obs.: escolha entre materiais diamagnéticos, paramagnéticos e ferromagnéticos, e indique claramente sua escolha.*)

4) (Valor: 2,5)(**a**)[70%] Utilizando as equações (1) e (2), a definição de fluxo magnético, o Teorema de Stokes e que $\Phi_{1,2} = M_{1,2}i_1$, encontre a *Fórmula de Newmann* ou indutância mútua entre dois circuitos

$$M_{1,2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C1}\oint_{C2} \frac{d\vec{\ell}_1 \cdot d\vec{\ell}_2}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}\,'|}\,,$$

em que $M_{1,2}$ é a indutância mútua e que $|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}\,'| = |\vec{\mathbf{r}}_1 - \vec{\mathbf{r}}_2|$. (**b**)[30%] Mostre que $M_{1,2} = M_{2,1}$.

DESAFIO: Após terminar a solução da prova, resolva o problema abaixo e terás um bônus de no máximo 1,0 (hum) na nota final da Prova 1(2).

O Físico inglês Paul Dirac propôs um *simetrização* das Equações de Maxwell que se tornaram conhecidas como *Equações de Maxwell simetrizadas de Dirac* ou simplesmente *Equações Eletromagnetodinâmicas*, as quais, para o vácuo, são: (Obs.: os índices e e m indicam, respectivamente, parte elétrica e magnética. E a velocidade da luz é dado por $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$)

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho^e}{\epsilon_0}\,, \qquad \boldsymbol{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{B}} = \mu_0\rho^m = \frac{1}{c^2}\frac{\rho^m}{\epsilon_0}\,,$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t} - \mu_0\vec{\mathbf{J}}^m\,, \qquad \boldsymbol{\nabla} \times \vec{\mathbf{B}} = \epsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \mu_0\vec{\mathbf{J}}^e = \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \mu_0\vec{\mathbf{J}}^e\,,$$

em que ρ^m e $\vec{\mathbf{J}}^m$ são, respectivamente, densidade de carga mgnética e densidade de corrente magnética. Supondo que seja possível a existência de monopólos magnéticos, mostre que a **equação da continuidade para monopólos magnéticos** é dado por:

$$\frac{\partial\rho^m}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{J}}^m = 0\,.$$

FORMULÁRIO

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = (\boldsymbol{\nabla}\times\vec{A})\cdot\vec{B} - \vec{A}\cdot(\boldsymbol{\nabla}\times\vec{B})$$

$$\boldsymbol{\nabla}\left[\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right] = -\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\phi = 0 \qquad \boldsymbol{\nabla} = -\boldsymbol{\nabla}'$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} = 4\pi\delta(\vec{r}-\vec{r}')$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\vec{A}\times\vec{B}) = (\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{B})\vec{A} - (\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{A})\vec{B} + (\vec{B}\cdot\boldsymbol{\nabla})\vec{A} - (\vec{A}\cdot\boldsymbol{\nabla})\vec{B}$$

$$\int_V (\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{C} + \vec{C}\cdot\boldsymbol{\nabla})\vec{B}dV = \oint_S \vec{B}(\vec{C}\cdot\hat{n})dA$$

$$i = \int_S \vec{J}\cdot\hat{n}\,dA$$

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_S (\boldsymbol{\nabla}\times\vec{F})\cdot\hat{n}\,dA \text{ (Stokes)}$$

$$\oint_S \vec{F}\cdot\hat{n}\,dA = \int_V \boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{F}\,dV \text{ (Divergência)}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\phi\vec{A}) = (\boldsymbol{\nabla}\phi)\times\vec{A} + \phi(\boldsymbol{\nabla}\times\vec{A})$$

$$\int_V \boldsymbol{\nabla}\times\vec{\mathbf{F}}\,dV = \oint_S \hat{\mathbf{n}}\times\vec{\mathbf{F}}\,dA$$