FÍSICA MÉDICA

Área de Ciências Naturais e Tecnológicas – Curso de Física Médica

FSC115–Eletromagnetismo I

Turma 2720 – 1° semestre de 2006 (16/maio)

Professor: Gilberto Orengo – orengo@unifra.br

NOME DO ALUNO:	NOTA:

PROVA 1(2)

Valor: 10,0 – Peso: 1.0

1) (Valor: 2,5) Use

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \rho(\vec{r}\,')\frac{(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}dV \qquad \text{e} \qquad \boldsymbol{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{\boldsymbol{\imath}} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{\boldsymbol{k}}\,,$$

para mostrar que:

(**a**)[50%] $\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) = 0$, para $\vec{r} \neq \vec{r}\,'$. (**b**)[50%] $\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) = \dfrac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0}$, para qualquer $\vec{r}$, inclusive $\vec{r} = \vec{r}\,'$.

2) (Valor: 2,5) Partindo de $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) = -\boldsymbol{\nabla}\varphi(\vec{r})$, mostre que:

(**a**)[50%] $\Delta\varphi = -\displaystyle\int_{r=\text{ref}}^{r} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}\,')\cdot d\vec{r}\,'$.

(**b**)[50%] Utilizando o resultado do item anterior (a), mostre que o campo elétrico é perpendicular as superfícies equipotenciais.

3) (Valor: 2,5) Suponha que uma molécula seja representada por uma carga $-2q$ na origem e cargas $+q$ em $\vec{\mathbf{r}}_1$ e $\vec{\mathbf{r}}_2$, com $|\vec{\mathbf{r}}_1| = |\vec{\mathbf{r}}_2| = r$.

(**a**)[50%] Mostre que o momento de dipolo da molécula é dado por $\vec{\mathbf{p}} = q\vec{\mathbf{r}}_1 + q\vec{\mathbf{r}}_2$, sendo $p = 2qr\cos(\frac{\theta}{2})$.

(**b**)[50%] Para H_2O, $r = 0,958\times10^{-10}$ m e o ângulo entre $\vec{\mathbf{r}}_1$ e $\vec{\mathbf{r}}_2$ é $\theta = 105^o$. Se $p = 6,14\times10^{-30}$ C·m, encontre a carga efetiva q em função da carga do elétron, que é $1,6019\times10^{-19}$ C.

4) (Valor: 2,5) Seja a equação de Laplace em coordenadas retangulares em duas dimensões,

$$\nabla^2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0\,.$$

(**a**)[50%] Utilizando o método da separação de variáveis, isto é, $\varphi(x,y) = X(x)Y(y)$, mostre a solução para $X(x)$, apresentando todos os passos necessários. A solução geral será:

$$\varphi(x,y) = a_1 + b_1 x + c_1 y + d_1 xy + [a_2\cos(kx) + b_2\sin(kx)]\,[c_2\cosh(ky) + d_2\sinh(ky)]\,,$$

sendo as constantes a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2 e k obtidas por meio da aplicação das condições de contorno. (**b**)[50%] Sejam as seguintes condições de contorno:

$$\varphi(0,y) = 0\,, \qquad \varphi(L,y) = 0\,, \qquad \varphi(x, y\to\infty)\to 0 \qquad \text{e} \qquad \varphi(x,0) = \Phi(x)\,.$$

Use as três primeiras condições para encontrar os valores de algumas constantes.

Serão necessárias as seguintes relações:

$$e^{\pm\theta} = \cosh(\theta)\pm\sinh(\theta)\,; \quad e^{\pm i\theta} = \cos(\theta)\pm i\sin(\theta)\,; \quad \cosh(\theta) = \frac{e^{\theta}+e^{-\theta}}{2} \quad \text{e} \quad \sinh(\theta) = \frac{e^{\theta}-e^{-\theta}}{2}\,.$$

OBSERVAÇÃO IMPORTANTE: por favor, organiza-se para escrever (responder) a prova. O teu desempenho também dependerá deste ato!!!!